

RAFAL - 3D 解析例 (4)

一様な自由分子流中に置かれた簡単な形状の物体に働く力と物体への伝熱量

(1) 円柱

一様流中に、中心軸が流れ方向と直角をなすように置かれた無限円柱の軸方向単位長さの部分に働く力と同部分への伝熱量を計算する。このとき、一様流の分子の平均自由行程は円柱直径に比べて十分大きく自由分子流条件が成立しているものとする。

● 計算内容

図1に示すようにアルゴンガスの一様流中に円柱を置く。一様流の速度は U [m/s], 圧力 p は $p = 3 \times 10^{-5}$ Pa, 温度 T は $T = 300$ K, 円柱直径 D は $D = 2$ m, 円柱壁面温度 T_w は $T_w = 500$ K として、一様流速度 U を変化させて計算する。

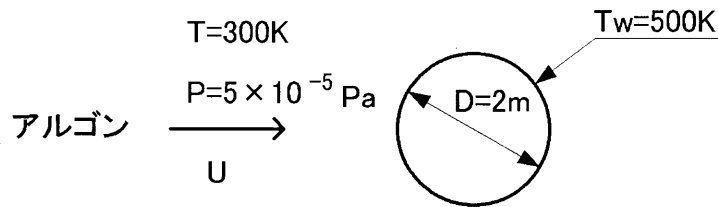


図1 一様な自由分子流中に置かれた円柱

● DSMC 解析に必要なアルゴンガスの物性値

1mol の質量	$M = 0.039948$	[kg/mol]
分子 1 個の質量	$m = 6.633526 \times 10^{-26}$	[kg]
単位質量当り気体定数	$R = 208.1333$	[J/kg·K]
全衝突断面積	$\sigma_T = 4.1455 \times 10^{-19}$	[m ²]

● 自由分子流であることの確認

剛体球分子の平均自由行程 λ は

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma_T p}$$

より求められる。ここで k はボルツマン定数 1.380658×10^{-23} J/K である。圧力 p , 温度 T に一様流の値を代入して

$$\lambda = \frac{1.380658 \times 10^{-23} \times 300}{\sqrt{2} \times 4.1455 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{-5}} = 235.5 \text{ [m]}$$

を得る。この λ と円柱直径 D で定義されるクヌーセン数 K_n は $K_n = \lambda/D = 235.5/2 = 117.8$ となり、 $K_n > 100$ となるから流れは自由分子流としてよい。

• DSMC 計算に必要なパラメータの計算

分子平均速度

自由分子流の DSMC 計算をする場合、時間ステップ幅はセルの大きさ程度の距離を分子平均速度で移動する時間を参考にして設定される。このために分子平均速度を求めておく。

分子平均速度 \bar{c} は、気体が平衡状態にある場合

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi}}$$

と表される。

気体温度 T として一様流の温度 300K を代入して

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8 \times 208.1333 \times 300}{\pi}} = 398.8 \quad [\text{m/s}]$$

を得る。

• DSMC 法シミュレーションモデル

円柱が無限円柱であるので、中心軸と垂直な面内の 2 次元問題として解析する。物理的には軸方向単位長さの部分解析することになる。

解析領域

図 2 に示すように、円柱中心を原点、流れ方向を X 軸、流れに垂直方向を Y 軸とし、問題の対称性を考慮して $Y \geq 0$ の上半平面を解析領域とする。一様流境界条件を課す位置は、流れが自由分子流であるため遠方にする必要は無いことを考慮して図 2 に示す位置とする。

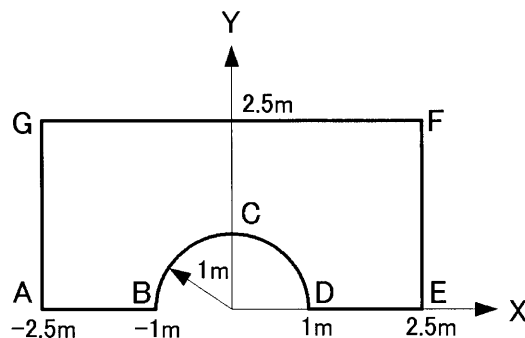


図 2 解析領域

境界条件

- ・円柱面 (図2のBCD面) は壁面温度 500K の拡散反射固体壁境界とする。
- ・対称面 (図2のAB面,DE面) は適応係数0の鏡面反射固体壁境界とする。
- ・他の境界面 (図2のEFGA面) は温度 300K 圧力 3×10^{-5} Pa のアルゴンガス流入境界とする。流入気体速度 U は、EF面,GF面では境界面垂直方向に対して、FG面では境界面内方向に対して指定する。

解析領域のセル分割

図2の解析領域を、図3に示すようにセル分割する。

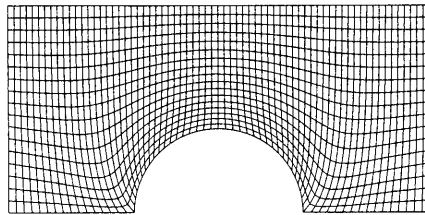


図3 解析領域のセル分割図

時間ステップ幅 Δt

$\Delta t = 0.0001$ s とする。これは、上で求めた分子平均速度 $\bar{c} = 398.8$ m でセル寸法程度の距離 0.16m を進む時間の約 1/4 である。

解析手順

以下の手順でシミュレーションする。

- (1) 解析領域内に分子を導入する。(1~1000 ステップ)
- (2) 円柱に働く力と円柱への伝熱量を算出する。(1001~4000 ステップ)

- **結果**

円柱の軸方向単位長さの部分に働く力と、同部分への気体からの伝熱量の一樣流速度との関係を理論解と比較した結果を図4, 図5に示す。

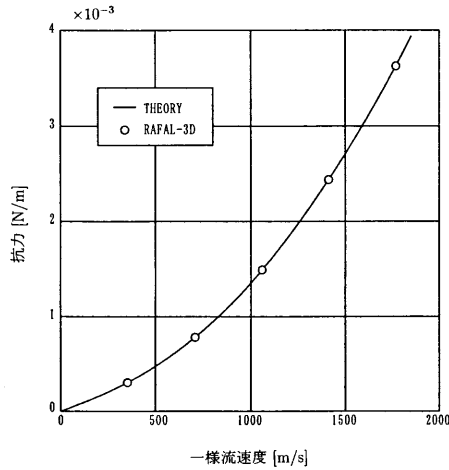


図4 円柱の軸方向単位長さの部分に働く力と一様流速度の関係

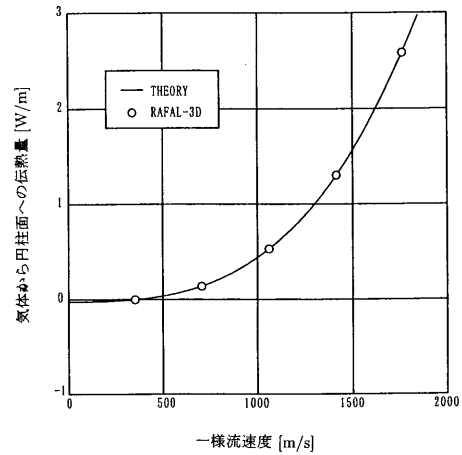


図5 円柱の軸方向単位長さの部分への気体からの伝熱量と一様流速度の関係

DSMC 計算と理論解はよく一致している。

(2) 球

一様流中に、置かれた球に働く力と球への伝熱量を計算する。このとき、一様流の分子の平均自由行程は球直径に比べて十分大きく自由分子流条件が成立しているものとする。

● 計算内容

図6に示すようにアルゴンガスの一様流中に球を置く。一様流の速度は U [m/s], 圧力 p は $p = 3 \times 10^{-5}$ Pa, 温度 T は $T = 300$ K, 球直径 D は $D = 2$ m, 球壁面温度 T_w は $T_w = 500$ K として、一様流速度 U を変化させて計算する。

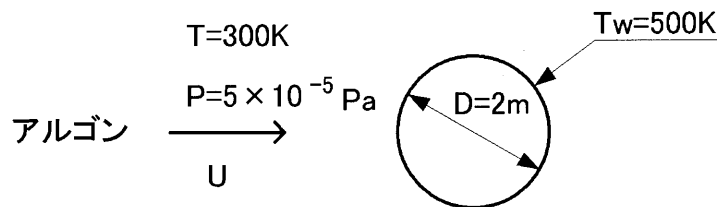


図6 一様な自由分子流中に置かれた球

● 自由分子流であることの確認

既に求めた一様流中の分子の平均自由行程 $\lambda = 235.5$ [m] と球直径 D で定義されるクヌーセン数 K_n は $K_n = \lambda/D = 235.5/2 = 117.8$ となり、 $K_n > 100$ となるから流れは自由分子流としてよい。

• DSMC 法シミュレーションモデル

球の対称性から、球中心を通り流れ方向に平行な直線を対称軸とする軸対称問題として解析する。

解析領域

図7に示すように、球中心を原点、流れ方向を X 軸 (軸方向)、流れに垂直方向を R 軸 (径方向) とする。一様流境界条件を課す位置は、流れが自由分子流であるため遠方にする必要は無いことを考慮して図7に示す位置とする。

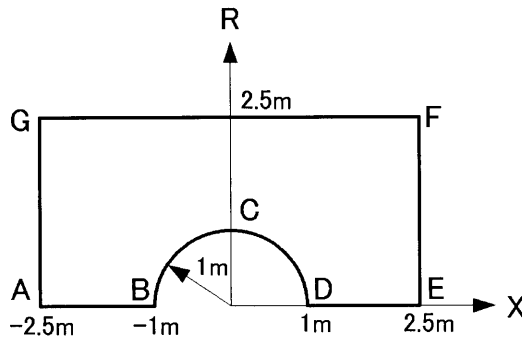


図7 解析領域

境界条件

- ・球面 (図8のBCD面) は壁面温度 500K の拡散反射固体壁境界とする。
- ・対称軸 (図8のAB面,DE面) は透過境界とする。
- ・他の境界面 (図8のEFGA面) は温度 300K 圧力 3×10^{-5} Pa のアルゴンガス流入境界とする。流入気体速度 U は、EF面,GF面では境界面垂直方向に対して、FG面では境界面内方向に対して指定する。

解析領域のセル分割

図7の解析領域を、図8に示すようにセル分割する。セル分割データとしては、円柱の場合の2次元データをそのまま用いる。

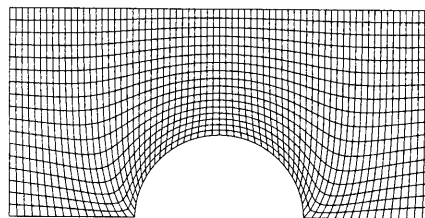


図8 解析領域のセル分割図

時間ステップ幅 Δt

$\Delta t = 0.0001\text{s}$ とする。これは、上で求めた分子平均速度 $\bar{c} = 398.8\text{m}$ でセル寸法程度の距離 0.16m を進む時間の約 $1/4$ である。

解析手順

以下の手順でシミュレーションする。

- (1) 解析領域内に分子を導入する。(1~1000 ステップ)
- (2) 球に働く力と球への伝熱量を算出する。(1001~4000 ステップ)

● 結果

球に働く力と、球への気体からの伝熱量の一樣流速度との関係を理論解と比較した結果を図9, 図10に示す。

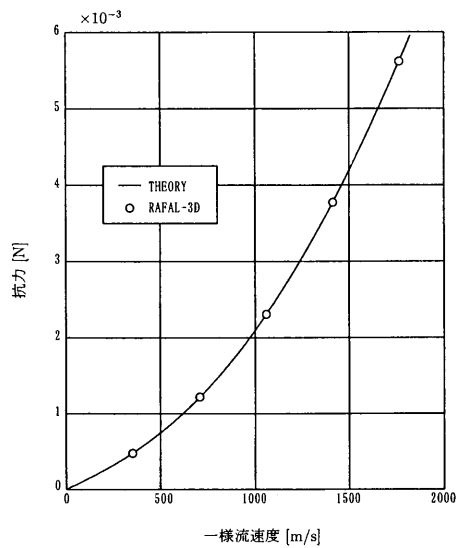


図9 球に働く力と一樣流速度の関係

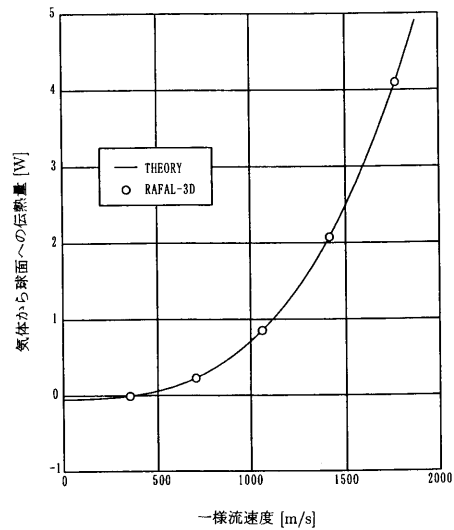


図10 球への気体からの伝熱量と一樣流速度の関係

DSMC 計算と理論解はよく一致している。